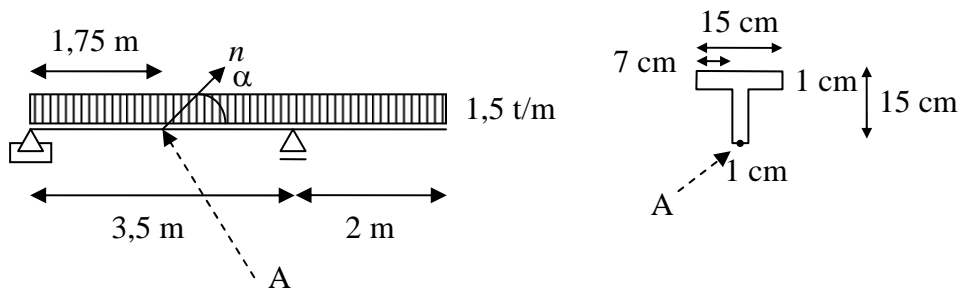


Parcial Estabilidad II B

26/10/06 - Ing. Cortés



Calcular la tensión máxima de tracción en la viga.

Calcular la tensión máxima de compresión en la viga.

Trazar el diagrama de tensiones en la sección de máxima tensión de tracción.

Calcular σ y τ en el punto A en la dirección del plano de normal n .

Calcular direcciones, tensiones y dilataciones principales ($E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$; $\mu = 0,3$).

Resolución:

Reacciones de vínculo: $R_{Izqx} = 0$; $R_{Izqy} = 1,768 \text{ t}$; $R_{Der} = 6,482 \text{ t}$

Diagrama de corte:

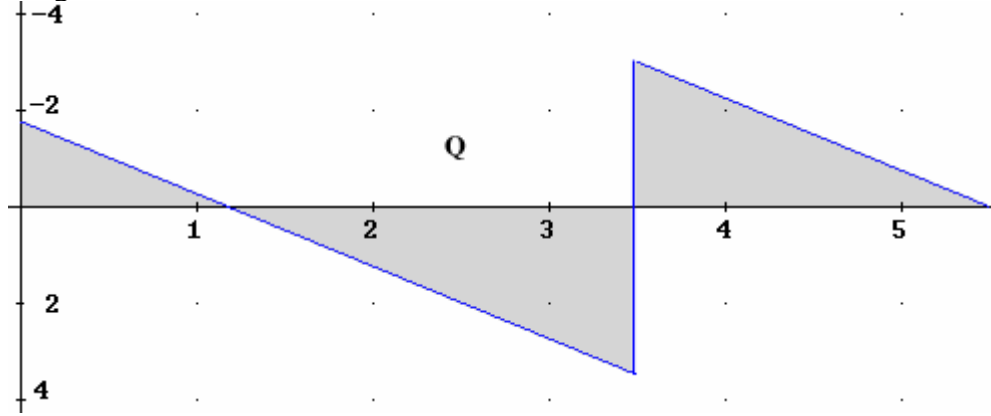
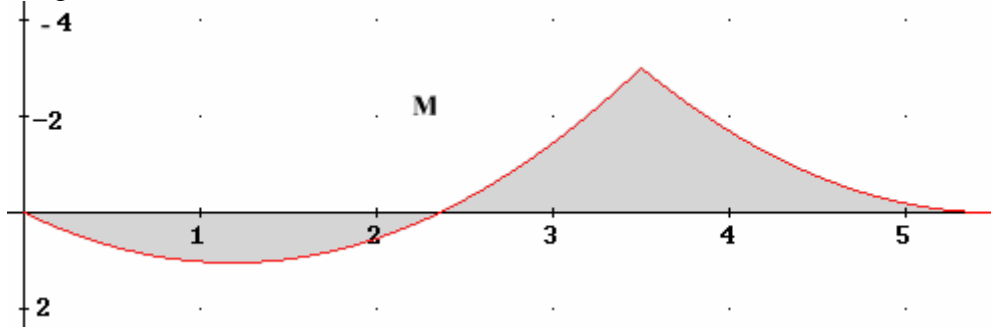
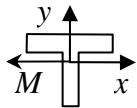


Diagrama de momento flexor:



No hay esfuerzo normal. Es sollicitación por *flexión simple normal* (en ejes baricéntricos principales), despreciando el efecto del corte.



$$\Rightarrow \sigma = \frac{-M}{I_x} y \quad (\text{un } M > 0 \text{ produce tracción en } y < 0)$$

Hay que ubicar el baricentro y ejes baricéntricos principales de inercia.

Por simetría el baricentro está en la mitad (horizontalmente) y el eje vertical, por ser de simetría, es principal de inercia.

Dividiendo la figura en dos rectángulos de 7×1 y uno de 1×15 cm y midiendo desde la parte inferior de este último, sobre el eje de simetría:

$$S_x = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 = 7 \text{ cm}^2 \cdot 14,5 \text{ cm} + 15 \text{ cm}^2 \cdot 7,5 \text{ cm} + 7 \text{ cm}^2 \cdot 14,5 \text{ cm} = 315,5 \text{ cm}^3 = A_{\text{Tot}} \cdot y_G$$

$$\Rightarrow y_G = S_x / A_{\text{Tot}} = 315,5 \text{ cm}^3 / (2 \cdot 7 \text{ cm}^2 + 15 \text{ cm}^2) \rightarrow y_G = 10,879 \text{ cm}.$$

Ahora el $I_x = \sum_{i=1}^3 (I_x^{Gi} + \Delta y_{GGi}^2)$ usando Steiner.

$$\text{Con } I_x^{Gi} = \frac{1}{12} b h^3:$$

$$I_x = 1/12 \cdot 7 \text{ cm} \cdot (1 \text{ cm})^3 + 7 \text{ cm}^2 \cdot (10,879 \text{ cm} - 14,5 \text{ cm})^2 + 1/12 \cdot 1 \text{ cm} \cdot (15 \text{ cm})^3 + \dots \\ \dots + 15 \text{ cm}^2 \cdot (10,879 \text{ cm} - 7,5 \text{ cm})^2 + 1/12 \cdot 7 \text{ cm} \cdot (1 \text{ cm})^3 + \dots \\ \dots + 7 \text{ cm}^2 \cdot (10,879 \text{ cm} - 14,5 \text{ cm})^2$$

$$I_x = 637,24 \text{ cm}^4$$

Hay dos opciones para la tensión máxima porque la sección no es simétrica respecto del eje x . Para que la tensión sea positiva, el momento y la posición deben tener signos contrarios: entonces la tensión máxima de tracción se va a dar en el *apoyo derecho* y en la *parte superior de la viga*, o en el punto de $M = 1,04 \text{ tm}$ (máximo positivo) que se da para 1,17 m desde el apoyo izquierdo y en la *parte inferior de la viga*.

$$\sigma = -(-3 \text{ tm}) / 637,24 \text{ cm}^4 \cdot 10^5 \text{ kg cm} / (\text{t m}) \cdot (15 - 10,879) \text{ cm}$$

$$\sigma = 1939,9 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{La otra opción es } \sigma = -(1,04 \text{ tm}) / 637,24 \text{ cm}^4 \cdot 10^5 \text{ kg cm} / (\text{t m}) \cdot (-10,879) \text{ cm}$$

$$\sigma = 1775,5 \text{ kg/cm}^2$$

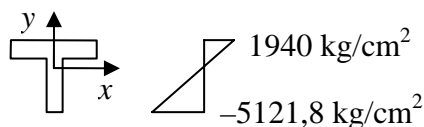
$$\boxed{\therefore \sigma_{\text{máx}} = 1939,9 \text{ kg/cm}^2 \text{ en el apoyo derecho.}}$$

La máxima tensión de compresión exige que el momento y la posición sean ambos positivos o ambos negativos. Como los valores negativos son mayores que los positivos, se da en los negativos que es el apoyo derecho:

$$\sigma = -(-3 \text{ tm}) / 637,24 \text{ cm}^4 \cdot 10^5 \text{ kg cm} / (\text{t m}) \cdot (-10,879) \text{ cm}$$

$$\boxed{\therefore \sigma_{\text{mín}} = -5121,8 \text{ kg/cm}^2 \text{ en el apoyo derecho.}}$$

El **diagrama de tensiones** en la sección de máxima tracción es:



El punto A se encuentra sometido a un estado tensional simple de tracción. El corte es cero porque las caras están descargadas y se aplica Cauchy.

Allí $M = 0,797 \text{ tm}$

$$\sigma = -(0,797 \text{ tm}) / 637,24 \text{ cm}^4 \cdot 10^5 \text{ kg cm} / (\text{t m}) \cdot (-10,879) \text{ cm}$$

$$\sigma = 1360,7 \text{ kg/cm}^2$$

Considerando estado plano de tensiones: $\sigma_x = 1360,7 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_y = 0$;

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta) = 798,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{ns} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\theta) + \tau_{xy} \cos(2\theta) = -670 \text{ kg/cm}^2$$

La terna (x,y,z) es principal de tensiones y como $\gamma = \tau / G \Rightarrow$ es terna principal de deformaciones también (como $\tau = 0$ también son nulas las distorsiones en esas direcciones).

Tensiones principales: $\sigma_1 = 1360,7 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$

Las deformaciones principales son (y coinciden con las de la terna):

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_y + \sigma_z) = 1360,7 \text{ kg/cm}^2 / 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_1 = 6,48 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_z) = 0 - 0,3 / 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2 \cdot (1360,7 \text{ kg/cm}^2)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -1,94 \cdot 10^{-4}$$